

**PORTAFOLIOS ÓPTIMOS PARA LOS NUEVOS
SISTEMAS DE PENSIONES DE PAÍSES EMERGENTES**

Por

Eduardo Walker

Profesor Titular

Escuela de Administración

Pontificia Universidad Católica de Chile

Octubre de 2003

Este es un documento para discusión, de carácter preliminar. Agradezco los comentarios de los participantes del “Investment Round Table by Fidelity” realizado en Villarrica, Chile, 16-19 de Octubre de 2003. Agradezco la valiosa ayuda proporcionada por Joaquín Poblete y Julio Riutort. Las opiniones presentadas aquí representan sólo al autor.

PORTAFOLIOS ÓPTIMOS

PARA LOS NUEVOS SISTEMAS DE PENSIONES DE PAÍSES EMERGENTES

ABSTRACT

Se estudia asignaciones óptimas de clases de activo (*Asset Allocation*) para *afiliados representativos* a las AFP con diferentes plazos para jubilar. Se supone que el afiliado desearía maximizar su pensión esperada al momento de jubilar, dado un nivel de riesgo. Entonces, la pregunta es qué corresponde a *Asset Allocation* óptimos desde una perspectiva de largo plazo, dado que el propósito de los fondos acumulados es adquirir un pensiones. Esta pregunta no es nueva, por lo que algunos de los resultados presentados aquí son aplicaciones de conceptos existentes. Pero el problema más específico de una AFP que debe optimizar una cierta cartera de activos iniciales, más una secuencia de contribuciones a la cuenta individual, desde la perspectiva de un futuro pensionado, no ha sido resuelto, al menos planteado de esta forma, lo que da origen a algunos resultados interesantes. También puede tener novedad el cambio de perspectiva: el punto de vista de un administrador de carteras de largo plazo inserto en un país “emergente”. El planteamiento del problema se resume en cambiar el *numerario*: tanto la rentabilidad esperada como el riesgo deben medirse *en unidades de pensión futura*. Esto (obviamente) implica que la moneda de referencia es la local (ajustada por inflación) y que el plazo de referencia es largo. Los instrumentos de renta fija de corto plazo son un mal *hedge* pues tienen *baja* correlación con el costo futuro de una pensión. Es de interés identificar activos que posean *alta* correlación con el costo de las pensiones futuras. Naturalmente, éstos corresponden principalmente a instrumentos de renta fija de largo plazo, aunque es posible que algunas clases de renta variable posean características deseables. Así, se plantea como hipótesis de trabajo que las carteras óptimas deben estar “en buena parte” constituidas por renta fija local de largo plazo ya que estos instrumentos proveen la mejor protección (*hedge*) existente contra variaciones adversas en el costo futuro de las pensiones. Los resultados teóricos y empíricos claramente avalan esta hipótesis, al igual que la idea de que la renta variable local tiene propiedades de protección deseables que no posee la renta variable internacional.

INTRODUCCIÓN

Este trabajo estudia posibles asignaciones óptimas de clases de activo (*Asset Allocation*) para inversionistas institucionales. Más específicamente, la perspectiva adoptada aquí es la de un *afiliado* a una AFP al que le quedan algunos años para jubilar. Se supone que el afiliado desearía maximizar su pensión esperada al momento de jubilar, dado un nivel de riesgo. No se toma en cuenta el problema de incentivos existente, en cuanto a si éstos, vía competencia entre AFP, efectivamente llevarían a algún tipo de portafolio óptimo. Esto probablemente no sea así, pero es materia de otra discusión.

La pregunta es, entonces, qué corresponde a un *Asset Allocation* óptimo desde una perspectiva de largo plazo, dado que el propósito de los fondos acumulados es adquirir una pensión. Preguntas sobre *asset allocation* óptimo de largo plazo han sido hechas antes y, por lo tanto, algunos de los resultados presentados aquí son aplicaciones de conceptos existentes. Sin embargo, el problema más específico de una AFP que debe optimizar una cierta cartera de activos iniciales, más una secuencia de contribuciones a la cuenta individual desde la perspectiva de un futuro pensionado, no ha sido resuelto, al menos planteado de esta forma, lo que da origen a algunos resultados interesantes. Lo otro que puede resultar novedoso en este trabajo es el cambio de perspectiva: el punto de vista de un administrador de carteras de largo plazo inserto en un país “emergente”.

El Cuadro 1 (tomado de Campbell y Viceira, 2002) muestra *asset allocation* recomendados por entidades reconocidas en EE.UU.. Según este cuadro, inversionistas más conservadores deberían invertir más en renta fija de corto plazo. Mientras menor es la aversión al riesgo, más se recomienda invertir en acciones y bonos, lo que resulta del todo razonable.

Desde la perspectiva local, las preguntas obvias se refieren a los roles relativos de instrumentos financieros nacionales y extranjeros y si, dados objetivos de largo plazo, tiene sentido la composición propuesta en dicho cuadro. Es muy probable que, desde la perspectiva planteada aquí, los *trade-off* riesgo retorno se vean muy diferentes. Además, cabe cuestionarse cuáles serían las medidas pertinentes de riesgo y rentabilidad esperada.

Una forma (quizás novedosa) de resumir el problema consiste en replantearlo cambiando el *numerario*: tanto la rentabilidad esperada como el riesgo deben medirse *en unidades de pensión futura*. Este concepto, en síntesis, guía nuestro análisis. De este modo, es posible apreciar que (obviamente) la moneda de referencia no es el dólar sino la moneda local, idealmente ajustada por inflación. Por ejemplo en Chile gran parte de la renta fija de mediano y largo plazo se encuentra indexada a la tasa de inflación a través de la Unidad de Fomento (UF). Así, la *moneda* pertinente es

la UF. Otra eventual diferencia en cuanto a las carteras recomendadas es el plazo de referencia. Desde el punto de vista de un futuro pensionado los instrumentos de corto plazo no son libres de riesgo, pues tienen *baja* correlación con el costo futuro de una pensión. En este caso interesa identificar activos que posean una *alta* correlación con el costo de las pensiones futuras y, naturalmente, éstos corresponden principalmente a instrumentos de renta fija de largo plazo, aunque es posible que algunas clases de renta variable posean características deseables.

En conclusión, se plantea como hipótesis de trabajo que las carteras óptimas, desde la perspectiva de los afiliados a las AFP, deberían estar mayoritariamente constituidas por renta fija local de largo plazo, ya que estos instrumentos proveen la mejor protección (*hedge*) existente contra variaciones adversas en el costo futuro de las pensiones. Un argumento de diferente naturaleza, pero que permite reafirmar esta idea, es que en Chile las AFP administran *ahorro forzado con garantía estatal*. El costo esperado de la garantía estatal, que en cierto modo es un seguro, se relaciona directamente con el riesgo de obtener pensiones bajas. Por ende, una actitud conservadora implica el promover este tipo de inversiones.

REVISIÓN BIBLIOGRAFICA¹

Muchos de los modelos desarrollados en la literatura suponen que la renta fija ofrece un retorno real constante, siendo éste el activo libre de riesgo. Implícitamente se supone que no hay riesgo de reinversión y que existen papeles indexados a la inflación (tal como ocurre en Chile). Por ello, la conclusión de Siegel (1998), que las acciones dominan a la renta fija en el largo plazo, probablemente no se dé en este caso.

Entre los modelos que usan este supuesto está Samuelson y Merton (1969). Suponiendo mercados completos, función de utilidad con aversión al riesgo relativa constante, oportunidades de inversión constantes y que no hay ingreso laboral, muestran que el porcentaje óptimo de la riqueza invertido en *el* activo riesgoso es fijo e independiente de la riqueza y edad, dependiendo sólo de la media y varianza de los retornos de los activos y de la aversión al riesgo. Merton (1971) considera además ingreso laboral no aleatorio y obtiene el porcentaje óptimo de la riqueza invertido en el activo riesgoso es función del premio por riesgo y de la importancia relativa del valor presente del ingreso laboral. Mientras mayor es la riqueza no financiera, más se invierte en activos riesgosos. Bodie, Merton y Samuelson (1992) y Jagannathan y Wang (1996) ratifican que el problema del portafolio óptimo debe considerar el capital humano y su riesgo como parte importante de la riqueza total. Bodie et.al. demuestran que considerar ingreso laboral futuro tiene dos efectos sobre

¹ Parte de la revisión bibliográfica sobre el efecto del capital humano se basa en el resumen presentado en Roeschmann (2003).

la inversión en activos financieros: el efecto riqueza (similar a Merton (1971)) y un efecto sustitución, en que disminuiría el porcentaje invertido en activos financieros riesgosos si el capital humano es más incierto. Asimismo, encuentran que inversionistas cuya oferta de trabajo es más elástica estarán dispuestos a asumir mayor riesgo. Campbell, Cocco, Gomes y Maenhout (1999), muestran que a mayor varianza del ingreso laboral y a mayor correlación entre los choques al ingreso laboral y el retorno de los activos riesgosos, se invierte menos en estos últimos. Viceira (2001) agrega que el efecto riqueza también puede asociarse a la parte del ingreso laboral no correlacionada con los retornos de los activos financieros riesgosos, y Wang (2002) agrega que en realidad lo importante son la volatilidad y correlación de la parte no predecible del ingreso laboral. Cocco, Gomes y Maenhout (2001) encuentran que un determinante importante de la composición óptima de portafolio es la razón de riqueza acumulada a esperanza de ingreso laboral, razón que no es estacionaria a lo largo del ciclo de vida. Estudios empíricos de Faig y Shum (2000) y Cocco (2000) tienden a confirmar las predicciones. Además, el comportamiento de las otras inversiones, no financieras, afectan las decisiones de inversión financiera de manera similar al capital humano.

Buena parte de los estudios anteriores, al suponer la existencia de un activo libre de riesgo que paga una tasa real fija, no consideran un aspecto que puede ser especialmente importante para un sistema de capitalización individual: la volatilidad de la pensión final, pues al permitir que las tasas de interés libres de riesgo varíen a través del tiempo, pasa a ser relevante el horizonte del inversionista y aparece el riesgo de reinversión. La volatilidad de las pensiones depende obviamente del resultado de las inversiones sobre el ahorro acumulado, pero además del costo que tendrá la pensión al momento de jubilar. Es decir, al riesgo acumulado de las inversiones durante la historia se suma el riesgo asociado a las tasas de interés de largo plazo vigentes al jubilar. Es precisamente éste el punto que lleva a Campbell y Viceira (2002) en su capítulo 3 a concluir: “Bonds, James, bonds”. Consideran como “especialmente apropiado” para un inversionista de largo plazo la inversión en bonos de largo plazo ligados a la tasa de inflación. Este tipo de instrumentos financieros ha existido en Chile por muchos años. En el mismo espíritu, Munk (2003) encuentra que un inversionista de largo plazo estará dispuesto a renunciar a parte de un eventual mayor retorno esperado de corto plazo para cubrirse ante posibles bajas en las tasas de interés. Más concretamente, Bajeux-Besnainou, Jordan y Portait (2003) demuestran que el portafolio libre de riesgo pertinente es una combinación de bonos largos y cortos, en función del horizonte de inversión. Por ejemplo, si existe un fondo de bonos de largo plazo de duración constante para invertir, el inversionista querrá combinar la inversión en este fondo, primero, con posiciones cortas en el activo libre de riesgo y, eventualmente, con posiciones largas, dependiendo del horizonte de inversión restante en relación a la duración del fondo de bonos de largo plazo. Encuentran además

que un individuo con aversión relativa al riesgo constante mantendrá una proporción constante de su cartera en *su* activo libre de riesgo, y el resto en un portafolio riesgoso.

Bodie (2002) arguye razonablemente que el bienestar de la persona depende del consumo y el ocio logrados durante toda la vida y no sería apropiado considerar sólo la riqueza terminal como determinante del bienestar. El punto de fondo de estos estudios es que la persona debe considerar su riqueza total (financiera y no financiera) a lo largo de toda su vida para la decisión de inversión en activos financieros. Por otro lado, se señala que, en la práctica, es necesario considerar el conocimiento y habilidades limitados del público general. Este punto probablemente se refuerza con la circunstancia de que en Chile buena parte de dicho ahorro es forzoso. Por ende, se concluye, debe ofrecerse un número limitado de productos simples para facilitar la decisión.

La pregunta es qué lecciones pueden derivarse de esta revisión bibliográfica para un sistema de pensiones de capitalización individual de contribuciones definidas. El mandato parece ser relativamente claro, en cuanto a que las AFP administran las carteras cuyo propósito final es el de constituirse en pensiones. Nótese aquí los argumentos importantes que justifican que a personas jóvenes se les recomiende invertir más en activos riesgosos: la menor importancia del capital financiero en el total y la disposición a hacer un sacrificio adicional, en términos de trabajo o ahorro, para suplir eventuales resultados adversos. De ningún modo interviene la idea errónea de que en el largo plazo la renta variable es menos riesgosa.

Otro elemento que debe tomarse en cuenta es que, en parte, las personas pueden deshacer, en sus propias carteras de inversión, las decisiones de las AFP, en el espíritu del principio de separación de Modigliani y Miller. Por ejemplo, si las AFP invierten “demasiado” en activos seguros, las personas podrían invertir su ahorro voluntario en activos más riesgosos. Sin embargo, nótese que son justamente las personas cuya riqueza-no-AFP es mayor las que tienen mayor flexibilidad en este aspecto. Son las personas sin ahorro voluntario las que más se ven afectadas por las decisiones de su AFP. Esto puede sugerir un sesgo conservador, ya que sin ahorro adicional no podrían compensar la decisión de una cartera riesgosa y, para ellas, la importancia del capital-no-AFP puede ser menor.

RESULTADOS DE UN MODELO SIMPLIFICADO

Suponemos el contexto más simple posible que nos permita capturar la esencia del problema del portafolio óptimo de una AFP desde la perspectiva de un afiliado. Este contexto es el siguiente:

- Hay cuatro períodos (cada uno podría corresponder a varios años). El afiliado posee una riqueza inicial en su cuenta en la AFP ($t = 0$) y cotizará durante los dos siguientes períodos ($t = 1, 2$).
- Junto con la segunda cotización (en $t = 2$), comprará una renta vitalicia con todo el saldo de su cuenta. Al momento de jubilar no tiene otra riqueza que no sea el saldo en su cuenta. La renta vitalicia pagará una pensión fija durante los siguientes dos períodos ($t = 3, 4$).²

Tanto desde la perspectiva de $t = 0$ como de la de $t = 1$ el costo de una unidad de pensión en $t = 2$ (B_2) es una variable aleatoria. El saldo acumulado en la cuenta a fines de $t = 2$ (W_2) también lo es. Por ende, en principio, la pensión final W_2/B_2 es una variable aleatoria, desde el punto de vista de $t = 0, 1$. Para efectos de análisis, suponemos que la AFP puede comprar un instrumento similar a una renta vitalicia diferida, cuyo costo es B_t .

Función objetivo

Suponemos que los afiliados tienen aversión al riesgo y que sus preferencias pueden representarse por una función (cóncava) que depende de la pensión futura. Suponemos aversión al riesgo relativa constante. De este modo, el plan de inversiones de la AFP debería maximizar una función del tipo:

$$E_t \frac{1}{1-\gamma} \left(\frac{W_2}{B_2} \right)^{1-\gamma} \quad (1)$$

la que tiene un parámetro de aversión al riesgo es constante e igual a γ . Nótese que se maximiza el valor esperado desde la perspectiva de $t = 0$ y luego, con nueva información, de $t = 1$.

Capital humano

Para tomar en cuenta la importancia del capital humano en la elección de cartera, se hace lo siguiente. Se supone que habrá cotizaciones de C_t en $t = 1, 2$. Sea K_t el valor presente de las cotizaciones futuras. Entonces definimos la “riqueza total virtual” W_t^* como la suma del capital financiero, que está en la cuenta de la AFP (W_t), y el valor presente de las cotizaciones futuras, K_t , $W_t^* = W_t + K_t$. La rentabilidad del capital humano será, por definición

² En realidad el número de períodos que dura la pensión después de la jubilación es irrelevante para efectos de los resultados. Asimismo, el largo de cada período no tiene por qué ser el mismo.

$$1 + R_{K1} = \frac{C_1 + K_1}{K_0}$$

$$1 + R_{K2} = \frac{C_2}{K_1}$$
(2)

Nótese que, como no hay cotizaciones posteriores, $W_2^* = W_2$. Definimos además la importancia relativa del capital humano en el total como $\alpha_{Kt} = \frac{K_t}{W_t^*}$.

Rentabilidad de las carteras y activos elegibles

Suponemos que puede invertirse en un activo libre de riesgo de corto plazo cuya tasa de interés es R_t . La tasa R_1 es conocida en 0 y la tasa R_2 es conocida en 1, pero no antes. Existe además un activo riesgoso, cuya rentabilidad es R_{St} , y la pensión diferida, donde, por definición,

$$1 + R_{Bt} = \frac{B_t}{B_{t-1}}$$

Nótese que la tasa de descuento para determinar el costo de la pensión será

conocida sólo en $t = 2$, no antes. Dado que una parte de la riqueza virtual se encuentra invertida en el “capital humano”, entonces la rentabilidad de la riqueza virtual puede escribirse como:

$$R_{Pt} = R_t + \alpha_{Kt-1}(R_{Kt} - R_t) + (1 - \alpha_{Kt-1})[\alpha_{St-1}(R_{St} - R_t) + \alpha_{Bt-1}(R_{Bt} - R_t)]$$
(3)

Distribución Log-normal y retornos

Se supone que los retornos tienen una distribución log-normal. De aquí en adelante se utiliza la nomenclatura $r = \ln(1+R)$ con los correspondientes subíndices. Campbell y Viceira demuestran que el retorno logarítmico puede escribirse como:

$$r_{Pt} = r_t + \alpha'_{t-1}(\rho_t - r_t) + \frac{1}{2}\alpha'_{t-1}\Lambda_t - \frac{1}{2}\alpha'_{t-1}\Sigma_t\alpha'_{t-1}$$
(4)

donde

$$\rho_t' = [r_{Kt} \quad r_{St} \quad r_{Bt}],$$

$$\alpha_t' = [\alpha_{Kt} \quad (1 - \alpha_{Kt})\alpha_{St} \quad (1 - \alpha_{Kt})\alpha_{Bt}],$$

$$\Lambda_t = \begin{bmatrix} \sigma_{Kt}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{St}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{Bt}^2 \end{bmatrix},$$

$$\Sigma_t = \begin{bmatrix} \sigma_{Kt}^2 & \sigma_{KS_t} & \sigma_{KB_t} \\ \sigma_{KS_t} & \sigma_{St}^2 & \sigma_{SB_t} \\ \sigma_{KB_t} & \sigma_{SB_t} & \sigma_{Bt}^2 \end{bmatrix}$$

Función objetivo reformulada

Siguiendo a Campbell y Viceira o a Campbell, Lo y MacKinlay, dado que se supone distribución de probabilidad log-normal, resulta conveniente notar que

$$\text{Max } E_0 \frac{1}{1-\gamma} \left(\frac{W_2}{B_2} \right)^{1-\gamma} \Leftrightarrow \text{Max } \ln E_0 \frac{1}{1-\gamma} \left(\frac{W_2}{B_2} \right)^{1-\gamma}$$

lo que permite replantear la función objetivo como

$$\text{Max } E_0 (r_{P1} + r_{P2} - r_{B1} - r_{B2}) + \frac{1}{2}(1-\gamma) \text{var}_0 (r_{P1} + r_{P2} - r_{B1} - r_{B2}). \quad (5)$$

Para comprender la intuición tras esta formulación, nótese que puede describirse como

$$E_0 \left\{ (r_{P1} + r_{P2} - r_{B1} - r_{P2}) + \frac{1}{2} \text{var}_0 (r_{P1} + r_{P2} - r_{B1} - r_{P2}) \right\} - \gamma \text{var}_0 (r_{P1} + r_{P2} - r_{B1} - r_{P2})$$

lo que a su vez es igual a

$$\log E_0 \left[\frac{W_2}{B_2} \right] - \gamma \text{var}_0 \left(\log \frac{W_2}{B_2} \right)$$

es decir, el objetivo equivale a maximizar el (logaritmo del) valor esperado de la pensión final, sujeto a un nivel de riesgo, medido como la variabilidad (del logaritmo de) la pensión final.

Solución

La solución a la maximización (5), utilizando la representación del retorno (4), permite encontrar las siguientes soluciones óptimas:

$$\alpha_{S_0} + \alpha_{B_0} \frac{\sigma_{SB1}}{\sigma_{S1}^2} = \frac{1}{\sigma_{S1}^2(1-\alpha_{K0})} \left[\frac{1}{\gamma} (\mu_{S1} - r_1 + \frac{1}{2} \sigma_{S1}^2) - \alpha_{K0} \sigma_{KS1} + \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) (\sigma_{SB1} - \text{cov}_0(r_{S1}, r_{P2}^* - r_{B2})) \right] \quad (6)$$

$$\alpha_{B_0} + \alpha_{S_0} \frac{\sigma_{SB1}}{\sigma_{B1}^2} = \frac{1}{\sigma_{B1}^2(1-\alpha_{K0})} \left[\frac{1}{\gamma} (\mu_{B1} - r_1 + \frac{1}{2} \sigma_{B1}^2) - \alpha_{K0} \sigma_{KB1} + \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) (\sigma_{B1}^2 - \text{cov}_0(r_{B1}, r_{P2}^* - r_{B2})) \right]$$

Aquí μ representa el retorno esperado y r_{p2}^* es el retorno del portafolio óptimo en el segundo período. La solución para las proporciones óptimas invertidas desde la perspectiva de $t = 1$ es idéntica, excepto por la desaparición del último término, que involucra la covarianza entre el retorno del activo y la *tracking error* futuro del portafolio óptimo. Nótese que el portafolio óptimo en $t = 1$ será función de $\alpha_{K1}, \gamma, \sigma_{S2}^2, \sigma_{B2}^2, \sigma_{SB2}, \mu_{S2}, \mu_{B2}, r_2, \sigma_{KS2}, \sigma_{KB2}$. Por lo tanto, la decisión en $t = 0$ afecta la decisión tomada en $t = 1$ sólo a través del impacto indirecto que pueda tener sobre $\alpha_{K1}, \sigma_{KS2}, \sigma_{KB2}$ en el futuro. La solución (6) ignora este efecto, suponiendo, implícitamente, que el impacto de los cambios en la composición de la cartera hoy sobre la importancia del capital humano en el futuro en la riqueza total es de segundo orden.³

Lo interesante de estos resultados es que, a pesar de la relativa simpleza del modelo, se obtienen conclusiones generales:

- Mientras mayor es la importancia relativa del valor presente de las contribuciones futuras en la riqueza total (proxy de capital humano y/o juventud), mayor es la inversión en activos riesgosos y en el activo pensión diferida, en la medida que éstos posean premios por riesgo positivos con respecto al activo de corto plazo. La edad de un afiliado sólo interviene indirectamente, ya que se supone que la importancia del capital humano es mayor en el caso de afiliados jóvenes. Es interesante notar que, por analogía, se puede extender los resultados a otros activos posiblemente no transables, tales como la inversión en vivienda.
- Los activos que tienen mayor correlación con las variaciones en el capital humano tendrán una menor demanda. Sin embargo, dada la evidencia encontrada en la literatura acerca de la relativa estabilidad de este valor (Campell y Viceira, 2002), este efecto presumiblemente es de segundo orden.

³ El efecto que se está ignorando es:

$$\frac{\partial E_0 r_{P2}}{\partial \alpha_{*0}} + \frac{1}{2} (1-\gamma) \frac{\partial \text{var}_0(r_{P2} - r_{B2})}{\partial \alpha_{*0}} = \sum_{l=S,B} \left\{ E_0 \left[\frac{\partial r_{P2}}{\partial \alpha_{l1}} \frac{\partial \alpha_{l1}}{\partial \alpha_{K1}} \frac{\partial \alpha_{K1}}{\partial \alpha_{*0}} \right] + (1-\gamma) \text{cov}_0(r_{P2} - r_{B2}, \frac{\partial r_{P2}}{\partial \alpha_{l1}} \frac{\partial \alpha_{l1}}{\partial \alpha_{K1}} \frac{\partial \alpha_{K1}}{\partial \alpha_{*0}}) \right\}, \text{ el que,}$$

como puede apreciarse, es indirecto y ocurre a través del impacto de las decisiones actuales tendrían sobre cambios en la importancia del capital humano en el futuro y, a través de éste, sobre las decisiones de inversión del período siguiente.

- En la medida que la aversión al riesgo se hace muy grande, $1/\gamma$ tiende a cero, y aumenta la demanda por los activos que sean un mejor *hedge* de la pensión futura. Nótese que, ignorando el término correspondiente a la covarianza en el último paréntesis, la proporción invertida en el activo representativo de la pensión diferida tiende a 1.
- Por último, nótese el rol del término $\text{cov}_0(r_{S1}, r_{P2}^* - r_{B2})$: corresponde a la covarianza entre el retorno del activo en el período 1 con el “tracking error óptimo” del portafolio en el período 2. Es decir, es un componente de hedge intertemporal: si un retorno “alto” del activo en el período 1 va seguido de un “alto” tracking error en el período siguiente, éste se demandará menos. Para ilustrar la intuición, supóngase que $\text{cov}_0(r_{S1}, r_{P2}^*) = 0$, entonces $-\text{cov}_0(r_{S1}, r_{P2}^* - r_{B2}) = \text{cov}_0(r_{S1}, r_{B2})$. Si esto es así, el activo que ofrece un mejor hedge intertemporal (que tiene mayor covarianza con el costo final de la pensión) tendrá una demanda mayor. Otra forma de verlo es que $r_{P2}^* - r_{B2}$ es el retorno medido en unidades de pensión obtenido en el segundo período. Entonces, se prefiere activos que paguen más hoy si el crecimiento en la pensión en el futuro es bajo, lo que puede ocurrir ya sea porque el costo de la pensión aumentará en el futuro o porque las rentabilidades futuras de los activos serán menores.

Es interesante constatar que todos estos resultados provienen simultáneamente de un mismo modelo. Con anterioridad, muchas de estas conclusiones habían sido obtenidas de modelos (más complejos) que lidiaban con cada uno de estos problemas a la vez. Sin embargo, es necesario cambiar la unidad de medida a pensión futura para obtener los resultados enumerados aquí. Con todo, este modelo parece ser un punto de referencia razonable para el resto del análisis. Nótese además que, a diferencia de Bodie, Merton y Samuelson (1992) y Campbell, Cocco, Gomes y Maenhout (1999), en nuestros resultados no interviene directamente la volatilidad del capital humano, excepto implícitamente, en la covarianza del capital humano con los activos financieros. La razón es que, aunque se permite que éste tenga volatilidad, es exógeno y no se ve afectado por las decisiones del individuo.

RESULTADOS EMPÍRICOS

A. Evolución del costo de la pensión

Dada la argumentación anterior, resulta claro que una de las variables importantes es el costo de la pensión al momento de la jubilación. En Chile la Superintendencia de Valores y Seguros lleva estadísticas de tasas de interés de venta de pensiones. Existe también un registro de la

comisión promedio cobrada al pensionado, lo que permite calcular una “tasa de venta ajustada”, promedio, de mercado, la que puede utilizarse para calcular mes a mes el costo de una pensión. Naturalmente, el perfil del pensionado y su grupo familiar afecta el nivel absoluto del costo de una pensión, pero se espera que haya correlación cercana a uno entre las variaciones en los costos de las pensiones para distintos perfiles. De este modo, con las tasas ajustadas de venta y las probabilidades de supervivencia de un jubilado, solo, de 65 años, se estimó el costo de la pensión, mes a mes. El resultado se presenta en el Gráfico 1. Es muy notable el aumento en el costo de la pensión de los últimos años, producto de las caídas en las tasas de interés. El mismo gráfico incluye la evolución de la tasa de interés del PRC20. La correlación negativa es evidente. Dado que hay algún rezago en el registro de la información de las tasas de venta de las rentas vitalicias y que las tasas de interés pueden cambiar entre el momento en que los negocios se cierran y el cierre de mes, para estimar la sensibilidad del costo de la pensión ante cambios en la tasa de interés es necesario utilizar rezagos. La sensibilidad estimada del cambio en el costo de la pensión ante cambios en la tasa del PRC20 resulta ser 9,5 (años).⁴ Del gráfico y de este resultado queda claro que la “variable de estado” más importante para determinar el costo de la pensión es el nivel de la tasa de interés de largo plazo, que puede ser adecuadamente representada por el PRC20.

B. Estimación del costo de pensiones diferidas

Con todo, también interesa saber cómo se comportarían eventuales pensiones diferidas en el tiempo, es decir, que se pudieran comprar hoy y empezaran a pagar al cabo de algunos años. Si el propósito del fondo de pensiones es proveer pensiones en el futuro, es evidente que la pensión diferida es el activo libre de riesgo. Se estimó el costo de las pensiones al contado y diferidas en 10 y 20 años del siguiente modo:

- Cada mes se estima una estructura de tasas de interés para renta fija en UF en base a papeles del Banco Central
- Se utiliza la “tabla de desarrollo” de la pensión futura (ponderando por probabilidad de supervivencia) descrita anteriormente
- Con la estructura de tasas ajustada se estima el valor presente (costo) de la pensión al contado, y con pagos diferidos en 10 y 20 años.

⁴ A pesar de que se espera que el costo de la pensión sea estacionario, dado el comportamiento empírico de ésta, el parámetro se estimó en un modelo tipo VAR con corrección de errores, en que se relaciona el logaritmo de la pensión con el nivel de la tasa y tres rezagos en la estructura de los errores. El Cuadro 1B muestra los resultados de las regresiones.

Los resultados de las estimaciones se presentan en los Gráficos 2 y 3. Por las razones expuestas anteriormente y probablemente también porque las comisiones de venta de las pensiones se han ido ajustando a la baja, el costo de mercado de las pensiones es menos volátil que el estimado. Por otra parte, y tal como era de esperarse, las pensiones diferidas a 10 y 20 años son notablemente más volátiles. Este sería un efecto asociado principalmente al plazo de la pensión, porque en el Gráfico 3 se aprecia que las tasas de interés estimadas para ellas son muy similares al PRC20. Esto refuerza la idea de que dicha tasa de interés es la variable de estado de mayor importancia.

C. Estimaciones de riesgo

Basados en el modelo teórico presentado y en la revisión bibliográfica, es razonable redefinir el riesgo como la volatilidad del “tracking error”, es decir, la desviación estándar de la diferencia entre el retorno del portafolio (o clase de activo) y la variación en el costo de la pensión. El supuesto período de mantención analizado es un año. Esta medida de riesgo (desviación estándar de tracking error anual) tiene como limitación el no considerar las correlaciones con futuros tracking error. Sin embargo, si se supone que luego del período de mantención el portafolio se invierte en la pensión diferida, ésta resulta ser la medida de riesgo adecuada.

Habiendo estimado variaciones mensuales en el costo de la pensión entre 1992 fines de 2001, para el mismo período se estimó las correlaciones de los retornos anuales de las 8 clases de activo consideradas en este estudio (Treasury Bill a un año, Cero cupón en UF a 1 año, Bono de Tesoro de EE.UU. a 5 y a 10 años, PRC8 y PRC20 (renta fija local de mediano y largo plazo), un índice representativo de un portafolio accionario mundial (MSCI All-World) y el IGPA, representativo de las acciones locales). Las volatilidades anuales de los retornos de los activos y de los tracking error se estiman en UF, para el período 1993-2003, considerando la posibilidad de autocorrelación, bajo el supuesto de que las distribuciones de probabilidad son log-Normales. El Cuadro 2 muestra las medidas de riesgo estimadas. Como era de esperarse, se aprecia que tanto con respecto a las pensiones al contado como a las diferidas 10 y 20 años el activo con mínimo riesgo es el PRC20. Como el período de mantención es un año, se supone que la volatilidad del retorno del Cero Cupón a un año es cero, por lo que las volatilidades mostradas en ese caso corresponden a las volatilidades de las variaciones del cambio del costo de las pensiones, contado y diferidas. Puede apreciarse que el riesgo absoluto de las pensiones diferidas es muy alto. Es posible que se esté sobrestimando esta volatilidad, puesto que no se considera explícitamente la reversión a la media de

largo plazo.⁵ Pero si efectivamente la riqueza se reinvierte en la propia pensión diferida al cabo de un año, esta medida de riesgo es apropiada.

D. Estimaciones de rentabilidades esperadas

Los parámetros más difíciles de estimar para efectos de una optimización de cartera son las rentabilidades esperadas. Por lo mismo, las estimaciones presentadas aquí deben considerarse indicativas de órdenes relativos de magnitud. Se ha supuesto un modelo de valoración de dos factores: uno representativo del retorno de economías desarrolladas (índice de mercado de EE.UU. según Fama y French) y otro factor representativo de economías “emergentes”.⁶ Se estima los “betas” o sensibilidades con respecto a estos factores. Los dos números de referencia más importantes son el premio por riesgo de mercado de EE.UU. (Damodaran, 2003) y el premio por riesgo de bonos de países emergentes. Esto último se estima a partir de las tasas de interés de los bonos soberanos chilenos y sus sensibilidades a los factores de riesgo. Los parámetros se presentan en el Cuadro 3.A y las rentabilidades para todas las clases de activo en el Cuadro 3.B. Nótese que se ignora por completo la posibilidad de cambios en las tasas de interés de los papeles de renta fija, es decir, se supone que las tasas de interés *son* las rentabilidades esperadas de largo plazo. Un punto que merece destacarse es que para transformar una rentabilidad esperada en dólares a otra en UF se sigue un procedimiento en varias etapas: primero se determinan las rentabilidades esperadas en dólares para todos los activos, incluyendo la renta fija local, originalmente denominada en UF. Luego, se determinan los premios en dólares con respecto a la rentabilidad esperada en dólares de la renta fija local. Finalmente, dicho premio se suma a la tasa de interés del papel estatal denominado en UF.

E. Portafolios eficientes

Finalmente, con los parámetros anteriores se estiman las composiciones de los portafolios eficientes. Para los tres casos considerados (pensiones al contado y diferidas en 10 y 20 años) primero se determinan los portafolios óptimos con restricciones a las ventas cortas y luego se permite la venta corta del activo de renta fija local de corto plazo, con un límite de 50 por ciento, con el propósito de permitir que se alargue el plazo de las inversiones, si es necesario.

Los resultados se presentan en los Cuadros 4.A-C. Tal como se hipotetizó desde un comienzo, los portafolios de mínimo riesgo tienen altos porcentajes invertidos en los instrumentos de renta fija local de largo plazo. También es interesante notar el rol de la renta variable local, que

⁵ Tampoco considera que es probable que haya habido un cambio estructural en el comportamiento de las tasas de interés luego de que el Banco Central dejara flotar más libremente el tipo de cambio.

⁶ Las estimaciones vienen de Walker (2003).

es la única clase de activo que aparece en los portafolios de mínima varianza, además del PRC a 20 años, al tomar como referencia las pensiones diferidas. Con restricciones a las ventas cortas, el IGPA tiene un rol reductor de riesgo, por su correlación con el PRC20. Cuando no se permite la deuda corta, los portafolios con restricciones de rentabilidad incluyen además renta variable internacional. Al permitirse la deuda corta, los resultados avalan plenamente las conclusiones teóricas de Bajoux-Besnainou, Jordan y Portait (2003) y, en todos los casos, llevan a invertir más en renta fija de largo plazo, con leverage, pero los portafolios de varianza mínima de todos modos tienden a incluir algún porcentaje (menor) en renta variable local. Es interesante notar que las demás clases de activo prácticamente no intervienen en los portafolios óptimos. Para el caso de la pensión diferida a 10 años, el Gráfico 4 ilustra las fronteras eficientes con y sin restricciones a la deuda corta en UF. Dados los supuestos para las rentabilidades esperadas, las razones (riesgo-retorno) de Sharpe son relativamente bajas para los portafolios de mayor rentabilidad esperada al tomar como base el portafolio de mínimo riesgo.

CONCLUSIONES

Los diferentes resultados encontrados en este estudio reafirman la idea de que, para efectos de proteger el valor de la pensión futura, debería invertirse con un fuerte sesgo hacia renta fija local de largo plazo. Renta variable local, al tener mayor correlación con esta clase de activo, tiene un rol doble: permite aumentar la rentabilidad esperada con menor sacrificio en términos de riesgo, medido como *tracking error*. La renta variable internacional tiene un rol especial en las carteras de mayor rentabilidad esperada. Si bien es cierto que el riesgo total de la renta variable internacional es menor que el de la nacional, no lo es medido en términos de variaciones en la pensión futura. No se encuentra un rol para la renta fija internacional de bajo riesgo (medido en su moneda original).

Un punto que debe ser destacado es que, incluso desde la perspectiva de afiliados jóvenes, la renta fija local de muy largo plazo tiene un rol. Sin embargo, en este caso se espera que el capital humano sea mayor, lo que implica que puede suponerse que tienen menor aversión al riesgo, aunque esto suponga la disposición a un mayor sacrificio de ahorro o trabajo futuros. Si la deuda de corto plazo en moneda local no está permitida, cuando hay alta tolerancia al riesgo los portafolios óptimos se acercan a un 100 por ciento en renta variable, favoreciendo de todos modos la renta variable local, en términos relativos. Si se permitiera alargar el plazo de la cartera con deuda de corto plazo, renta fija local vuelve a tener un rol preponderante, junto con renta variable local.

BIBLIOGRAFÍA

- Arnott, Robert y Peter Bernstein. (1988) “The right way to manage your pension fund” en Harvard Business Review N° 88-101.
- Bajeux-Besnainou, Isabelle, James V. Jordan y Roland Portait (2003). “Dynamic Asset Allocation for Stocks, Bonds and Cash”, *Journal of Business* vol. 76, no. 2.
- Bodie, Zvi. (2001) “Retirement Investing: A New Approach” Pension Research Council, Working Paper 2001-8.
- Bodie, Zvi. (2002) “An Analysis of Investment Advice to Retirement Plan Participants”, Pension Research Council, Working Paper 2002-15.
- Bodie, Zvi. (2002) “Life-Cycle Finance in Theory and in Practice” Boston University School of Management Working Paper 2002-02.
- Bodie, Hammond y Mitchell. (2000) “A Framework for Analyzing and Managing Retirement Risks” PRC WP 2000-4.
- Bodie, Zvi, Robert Merton y William Samuelson. (1992) “Labor supply flexibility and portfolio choice in a life cycle model” *Journal of Econometric Dynamics and Control* 16.
- Campbell, John y Luis Viceira. (2002) “Strategic Asset Allocation: Portfolio Choice for Long-Term Investors” 1ST Edition; Oxford University Press Inc., New York.
- Campbell, John, George Chacko, Jorge Rodríguez y Luis Viceira. (2003) “Strategic Allocation in a Continuous Time VAR Model” en NBER Working Paper 9547.
- Carroll, Christopher. (1997) “Buffer-Stock Saving and the Life Cycle/Permanent Income Hypothesis”, *Quarterly Journal of Economics*.
- Carroll, Christopher. (2001) “A Theory of The Consumption Function, With and Without Liquidity Constraints” *Journal of Economic Perspectives* vol. 15 N° 3.
- Cocco, Joan, Francisco Gomes y Pascal Maenhout. (2001) “Consumption and Portfolio Choice over the Life Cycle”.
- Cocco, Joan. (2000) “Portfolio Choice in the Presence of Housing” aún no publicado.
- Constantinides, George. (1984) “Optimal Stock Trading with Personal Taxes: Implications for Prices and the Abnormal January Returns”. *Journal of Financial Economics* 13.
- Decreto de ley N° 3500
- Espósito, Marcello. (2003) “Life-Cycle Investing: A practitioners point of view”.
- Faig, Miquel y Pauline Shum. (2000) “Portfolio Choice in the presence of Personal Illiquid Projects” University of Toronto.
- Jagannathan, Ravi y Zhenyu Wang. (1996) “The Conditional CAPM and the Cross-Section of Expected Returns” *Journal of Finance*, N° 51.
- Merton, Robert. (1971) “Optimum Consumption and Portfolio Rules in a Continuous-Time Model” *Journal of Economics Theory*, 3.

- Merton, Robert. (2000) *Continuous Time Models in Finance*. Blackwell.
- Munk, Claus (2003)
- Roeschmann, María Dolores (2003). "Portafolios que maximizan el bienestar de los afiliados a las AFP". Seminario de Título de Microeconomía, Instituto de Economía, Pontificia Universidad Católica de Chile, Julio.
- Siegel, Jeremy. (1998) "Stocks for the long run" 2nd Edition; Mc Graw-Hill.
- Viceira, Luis. (1999) "Optimal Portfolio Choice for Long-Horizon Investors with Non tradable Labor Income" NBER 7409.
- Walker, Eduardo. (1999) "Determinación de la cartera de inversión óptima de una AFP". Mimeo.
- Walker, Eduardo. (2002) "Multifondos y falacias: ¿Se habrá puesto la carreta delante de los bueyes?" en Administración y Economía UC. N° 48.
- Walker, Eduardo (2003). "Estimación de Costo de Capital de Industrias Reguladas en Chile". Mimeo, Escuela de Administración, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Wang, Xiaohong. (2002) "Income Risk and Portfolio Choice: An Empirical Study" Ohio State University.

Gráfico 1

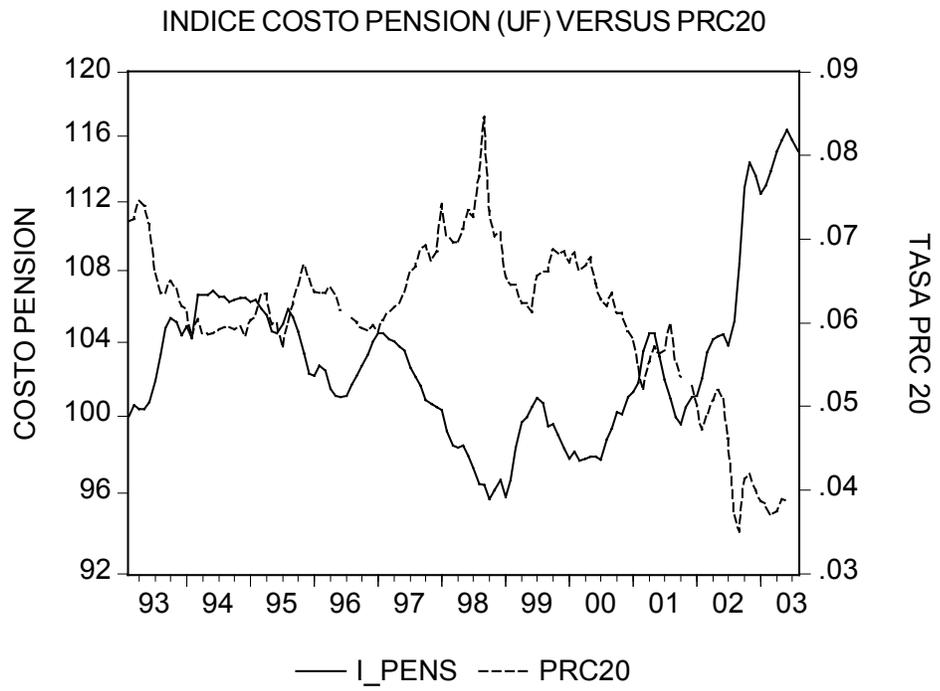


Gráfico 2

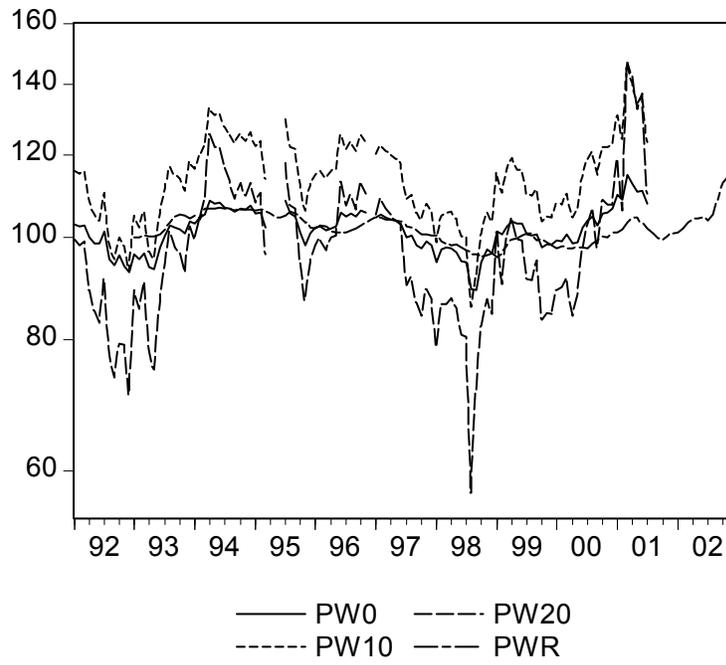


Gráfico 3

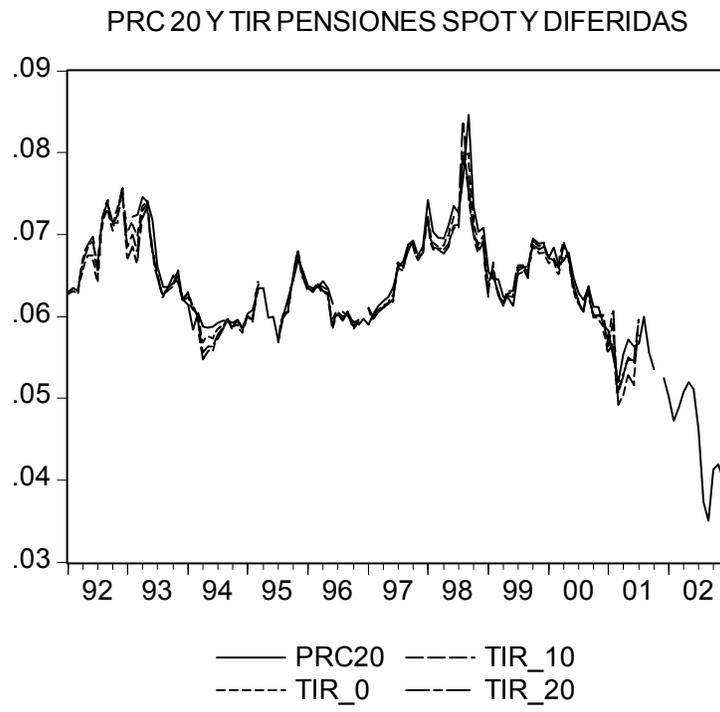
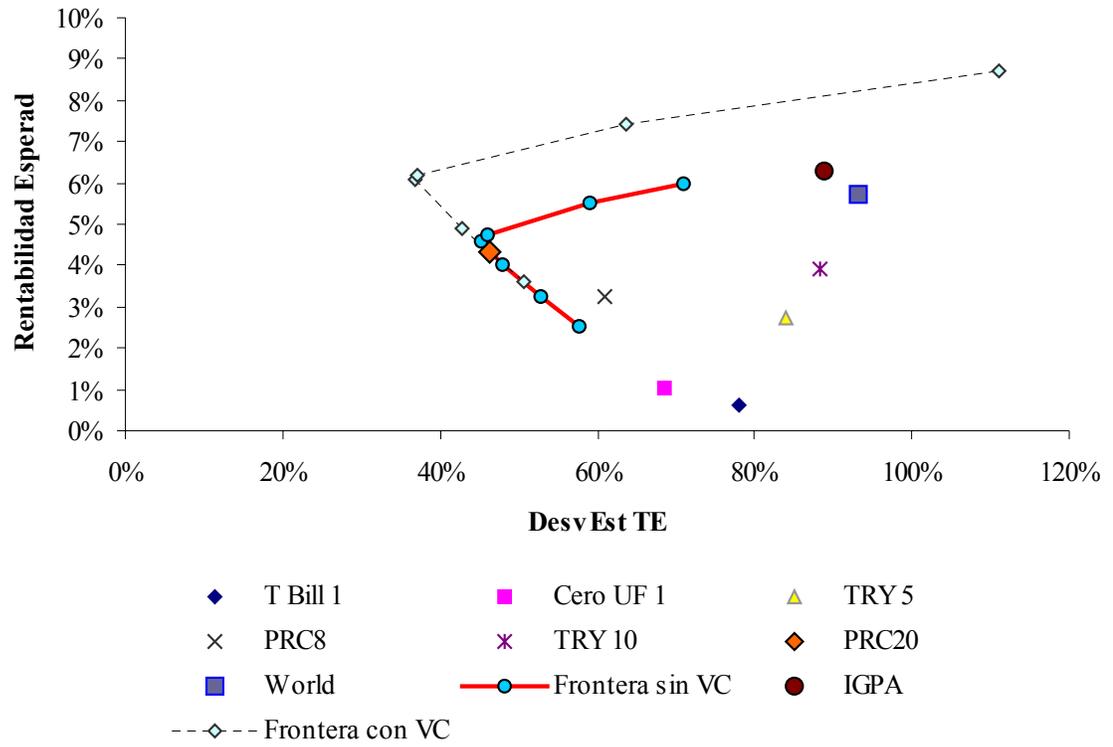


Gráfico 4

Pensión Diferida 10 Años



Cuadro 1

		R Fija CP	Bonos	Acciones
Fidelity	Conservador	50	30	20
	Moderado	20	40	40
	Agresivo	5	30	65
Merril Lynch	Conservador	20	35	45
	Moderado	5	40	45
	Agresivo	5	20	75
New York Times	Conservador	20	40	40
	Moderado	10	30	60
	Agresivo	0	20	80

Fuente: Campbell y Viceira, 2002.

Cuadro 1B

Cointegrating Eq:		CointEq1	
LOG(I_PENS(-1))		1.000000	
PRC20(-1)		9.251821 (2.15194) [4.29930]	
C		-5.197064	
Error Correction:		D(LOG(I_PENS))	D(PRC20)
CointEq1		-0.029408 (0.01078) [-2.72900]	-0.002549 (0.00542) [-0.47004]
D(LOG(I_PENS(-1)))		0.272832 (0.09357) [2.91589]	-0.020519 (0.04708) [-0.43583]
D(LOG(I_PENS(-2)))		0.109379 (0.08842) [1.23705]	0.049338 (0.04449) [1.10897]
D(LOG(I_PENS(-3)))		-0.177862 (0.07575) [-2.34811]	-0.026109 (0.03811) [-0.68504]
D(PRC20(-1))		-1.263367 (0.21371) [-5.91147]	0.131012 (0.10753) [1.21832]
D(PRC20(-2))		-1.184723 (0.24565) [-4.82278]	-0.225269 (0.12360) [-1.82250]
D(PRC20(-3))		-0.050165 (0.27311) [-0.18368]	0.099574 (0.13742) [0.72459]
C		0.000137 (0.00051) [0.26764]	-0.000248 (0.00026) [-0.96506]
R-squared		0.661763	0.061491
Adj. R-squared		0.638776	-0.002291
Sum sq. resids		0.002769	0.000701
S.E. equation		0.005184	0.002609
F-statistic		28.78864	0.964074
Log likelihood		430.7409	506.9789
Akaike AIC		-7.616953	-8.990610
Schwarz SC		-7.421672	-8.795329
Mean dependent		0.000787	-0.000255
S.D. dependent		0.008626	0.002606
Determinant Residual Covariance			1.83E-10
Log Likelihood			937.7761
Log Likelihood (d.f. adjusted)			929.4731
Akaike Information Criteria			-16.42294
Schwarz Criteria			-15.98356

Cuadro 2

Activo	D Est (TE)_S	D Est (TE)_10	D Est (TE)_20
T Bill 1	37,7%	78,0%	175,0%
Cero UF 1	27,3%	68,4%	156,3%
TRY 5	44,2%	83,9%	183,1%
PRC8	18,1%	60,9%	150,0%
TRY 10	49,5%	88,4%	188,8%
PRC20	5,5%	46,3%	126,8%
World	60,9%	93,1%	184,0%
IGPA	76,2%	89,0%	154,9%

Cuadro 3.A

Rentabilidades Esperadas según CAPM Internacional de Dos Factores (Mercado y EMBI)

Tasa Treasury 20 5,00%
Tasa PRC 20 4,38%

Coefficientes

Variable	RMKT- RTR20	REMBI- RTR20	PxR CRA TR 20	RENTAB ESPER DOLARES	PxR EN UF	RENTAB ESPER UF
US MKT*	1,00	0,00	2,91%	7,91%	1,34%	5,72%
EMBI**	0,00	1,00	4,42%	9,42%	2,85%	7,23%
IGPA	0,40	0,52	3,47%	8,47%	1,89%	6,27%
BONO SOBER ***	0,09	0,20	1,15%	6,15%	-0,42%	3,96%
PRC	0,12	0,28	1,57%	6,57%	0,00%	4,38%
CERO UF 1 AÑO					-1,57%	1,05%

* Damodaran 2002: T Bond (3,82%) + Premium (4,1%) = 7,91%

** Spread al 10-Oct-2003: 4,6%

*** Premio en este caso es spread sobre Bono del Tesoro de Duración similar, ajustado por plazo

Cuadro 3.B

Activo	E(R_UF)
T Bill 1	0,60%
Cero UF 1	1,05%
TRY 5	2,71%
PRC8	3,26%
TRY 10	3,90%
PRC20	4,34%
World	5,72%
IGPA	6,27%

Cuadro 4
Resultados de la Optimización

A. Pensión Contado

Portafolios

Spot	Sin Ventas Cortas			Con Ventas Cortas (hasta 50%)		
Activo	MINVAR	R=5%	R=6%	MINVAR	R=5%	R=6%
T Bill 1	0%	0%	0%	0%	0%	0,0%
Cero UF 1	0%	0%	0%	-20%	-20,4%	-50,0%
TRY 5	0%	0%	0%	0%	0,0%	0,0%
PRC8	0%	0%	0%	0%	0%	0,0%
TRY 10	0%	0%	0%	0%	0%	4,6%
PRC20	100%	60%	0%	121%	120,7%	142,9%
World	0%	20%	48%	0%	0%	2,2%
IGPA	0%	20%	52%	0%	0%	0,3%
D Est TE	5,40%	21,4%	51%	3,50%	3,50%	8%

B. Pensión diferida 10 años

Portafolios

Dif 10	Sin Ventas Cortas			Con Ventas Cortas (hasta 50%)		
Activo	MINVAR	R=5%	R=6%	MINVAR	R=6%	R=7%
T Bill 1	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Cero UF 1	0%	0%	0%	-50%	-50%	-50%
TRY 5	0%	0%	0%	0%	0%	0%
PRC8	0%	0%	0%	0%	0%	0%
TRY 10	0%	0%	0%	0%	0%	0%
PRC20	88%	64%	4%	144%	149%	92%
World	0%	5%	36%	0%	0%	20%
IGPA	12%	31%	60%	6%	1%	38%
D Est TE	45%	49%	71%	37%	37,1%	57%

C. Pensión diferida 20 años

Portafolios

Dif 20	Sin Ventas Cortas			Con Ventas Cortas (hasta 50%)		
Activo	MINVAR	R=5%	R=6%	MINVAR	R=6%	R=7%
T Bill 1	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Cero UF 1	0%	0%	0%	-50%	-42%	-50%
TRY 5	0%	0%	0%	0%	0%	0%
PRC8	0%	0%	0%	0%	0%	0%
TRY 10	0%	0%	0%	0%	0%	0%
PRC20	71%	66%	7%	130%	128%	95%
World	0%	0%	25%	0%	0%	9%
IGPA	29%	34%	68%	20%	14%	46%
D Est TE	120%	121%	138%	109%	112%	117%